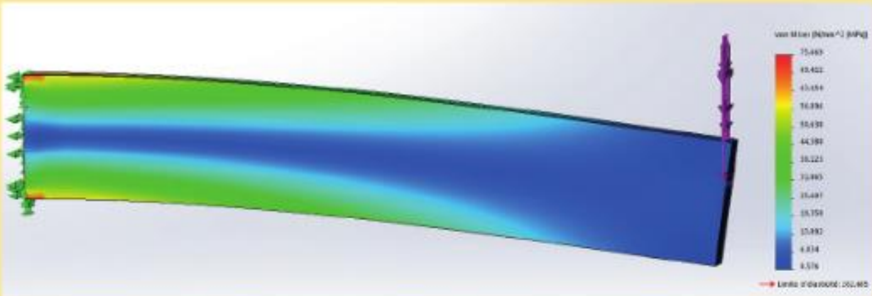
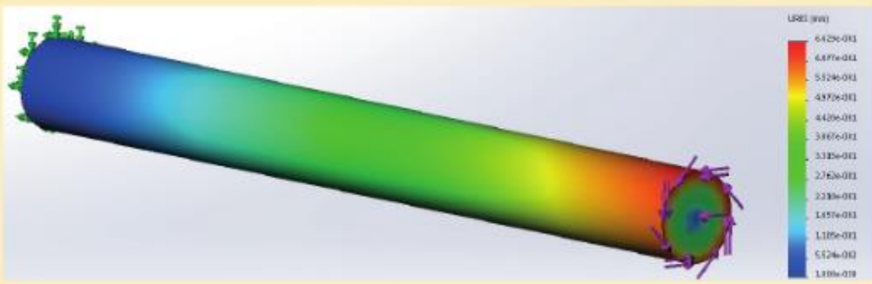
FICHE 25 : Résistance des Matériaux

La Résistance des Matériaux (RdM) étudie comment les solides se comportent sous l'action des charges qui les sollicitent. En RdM, les hypothèses d'étude sont que le matériau est :

- Homogène, identique en tout point du solide ;
- Isotrope, mêmes caractéristiques dans toutes les directions ;
- Elastique, les déformations sont proportionnelles aux efforts appliqués.

On assimile le solide étudié à une poutre, c'est-à-dire que sa longueur est grande par rapport aux dimensions des sections droites, et avec des sections droites constantes.

I. Les sollicitations :

Sollicitation	Exemple	Actions mécaniques
Traction	Tracé des contraintes : contraintes de traction uniforme 	Effort normal N (+)
Compression	Tracé des contraintes : contraintes de traction uniforme 	Effort normal N (–)
Flexion simple	Tracé des contraintes : contraintes de traction en partie supérieure et de compression en partie inférieure 	Moment de flexion M_f
Torsion	Tracé des déplacements 	Moment de torsion M_T

II. Les contraintes :

Les sollicitations appliquées à un solide engendrent des contraintes dans le matériau. La contrainte est équivalente à une pression exercée dans le matériau. L'unité est en Nm^{-2} appelé également le Pascal (Pa). Nous utiliserons plus souvent le $MPa=10^6Pa$ ou les Nmm^{-2}.

Contraintes de traction ou de compression

L'effort normal N de traction ou de compression engendre des contraintes normales qui valent :

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

σ : contrainte normale (Pa)
N : effort normal de traction ou de compression appliqué sur la section (N)
A : aire de la section sollicitée (m^2)

III. Déformations du matériau :

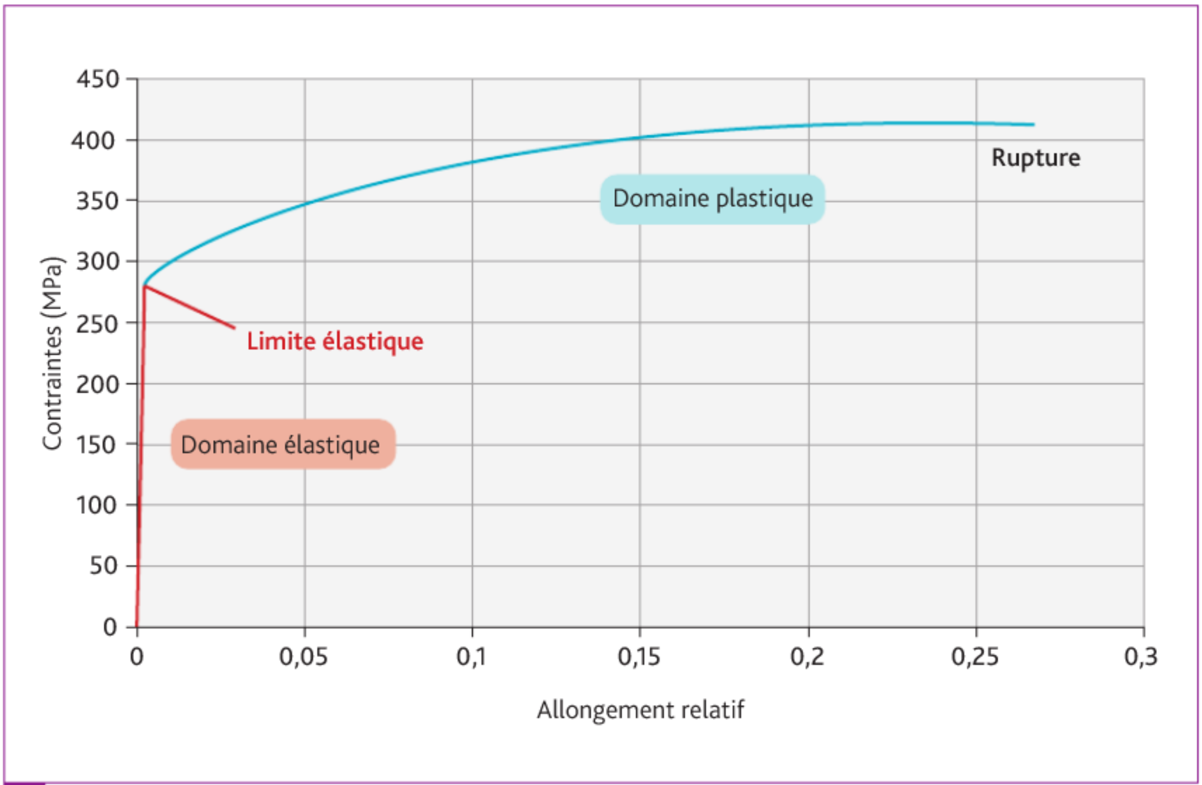
Pour tous les matériaux, les efforts vont engendrer des déformations, comme ici pour un essai de traction sur un fil en acier de diamètre 1 mm [document 1].

À partir de la courbe des résultats de l'essai de traction, on détermine la force exercée sur le fil à la fin de la zone élastique. Cette force permettra de calculer la contrainte à la limite élastique pour le fil en acier testé :

$$\sigma_e = \frac{N}{A}$$

$$\sigma_e = \frac{220}{\pi \times (0{,}5 \cdot 10^{-3})^2} = 280{,}1\text{MPa}$$

σ_e : contrainte normale à la limite élastique (Pa)
N : effort normal de traction à la limite élastique (N)
A : aire de la section sollicitée (m^2)



1 Résultat expérimental de l'essai de traction sur un fil en acier de 1 mm de diamètre.

Ressources

IV. Domaine élastique :

L'essai de traction montre que, dans la zone élastique, l'effort normal est proportionnel à l'allongement du fil ΔL. C'est la loi de Hooke :

$$\sigma = \frac{N}{A} = E \times \frac{\Delta L}{L}$$

σ : contrainte normale (Pa)
N : effort de traction (N)
A : aire de la section sollicitée en traction (m^2)
E : module d'élasticité ou module de Young du matériau (Pa)
ΔL : allongement du fil testé (m)
L : longueur initiale du fil testé (m)

V. Coefficient de sécurité :

- Pour qu'une structure puisse supporter en toute sécurité les actions mécaniques qui la sollicitent, il suffit qu'elle puisse résister à des charges plus élevées. La sécurité est obtenue si le matériau, caractérisé par sa limite élastique σ_e, reste dans le domaine élastique.
- On définit le coefficient de sécurité CS qui doit être supérieur à 1 :

$$CS = \frac{\text{Limite élastique du matériau}}{\text{Contrainte maximale dans le solide}} = \frac{\sigma_e}{\sigma} \geqslant 1$$

VI. Contraintes de flexion :

Les actions sur la travée levante engendrent une sollicitation en flexion [document 2].

La sollicitation en flexion engendre des contraintes de flexion dont les valeurs se calculent avec les formules suivantes :

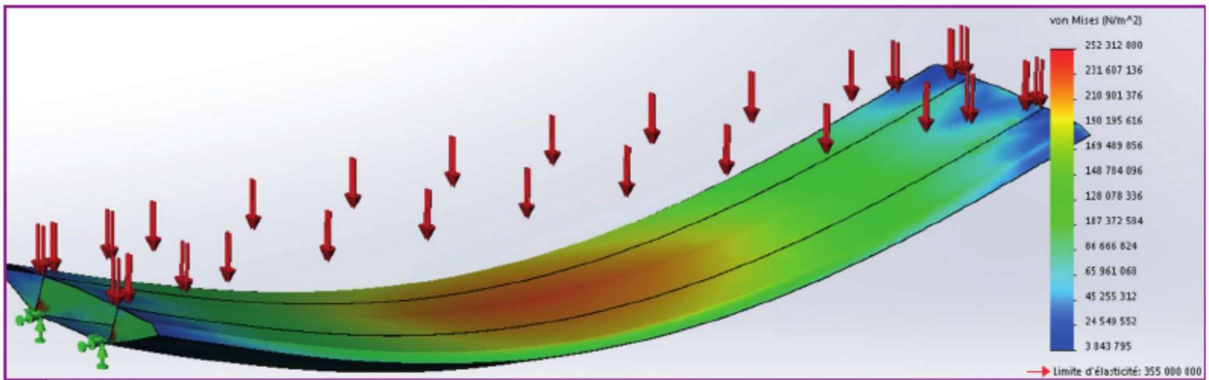
$$\sigma_{sup} = \frac{M}{I_x} \times y_{sup} \quad \text{et} \quad \sigma_{inf} = \frac{M}{I_x} \times y_{inf}$$

σ_{sup} et σ_{inf} : contraintes normales de flexion (Pa)
M : moment de flexion (N·m)
I_x : moment quadratique (m^4)
y_{sup} et y_{inf} : distances entre le centre de gravité de la section et les fibres supérieures et inférieures (m) [document 4]

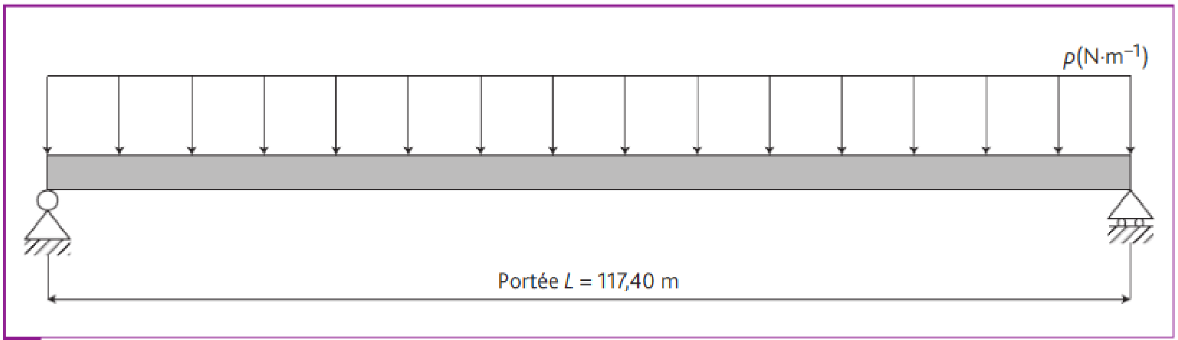
Dans le cas d'une poutre sur deux appuis avec une charge linéique uniformément répartie, le moment de flexion maximal se trouve au milieu de la poutre et vaut [document 3] :

$$M = \frac{p \times L^2}{8}$$

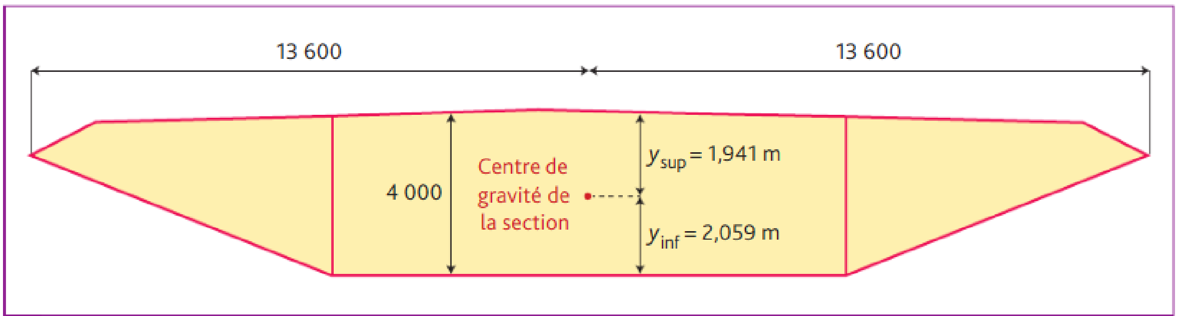
M : moment de flexion maximal (N·m)
p : charge linéique (N·m^{-1})
L : portée de la poutre entre les deux appuis (m)



2 Simulation numérique des contraintes de flexion.



3 Schéma de la poutre sur deux appuis simples avec une charge linéique uniformément répartie.



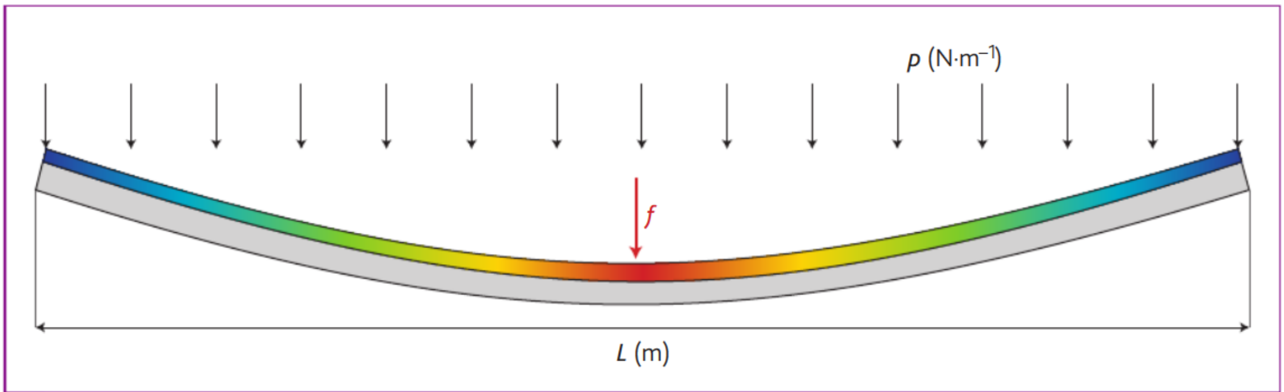
4 Exemple avec la position du centre de gravité de la section de la travée du pont Chaban-Delmas.

VII. Déplacements des structures :

En utilisant la formule théorique issue de la « résistance des matériaux », le déplacement (ou flèche) au milieu d'une poutre sur deux appuis simples distants de L et soumise à une charge linéique uniforme ρ vaut [document 5] :

$$f = \frac{5 \times p \times L^4}{384 \times E \times I_x}$$

f : flèche (m)
p : charge linéique uniforme agissant sur la poutre ($N \cdot m^{-1}$)
L : portée de la poutre (m)
E : module d'élasticité du matériau (Pa)
I_x : moment quadratique de la section de la poutre (m^4)



5 Tracé de la déformée de la poutre.

Ressources